

Mathématiques

VISÉES PRIORITAIRES

Se représenter, problématiser et modéliser des situations et résoudre des problèmes en construisant et en mobilisant des notions, des concepts, des démarches et des raisonnements propres aux *Mathématiques* et aux *Sciences de la nature* dans les champs des phénomènes naturels et techniques, du vivant et de l'environnement, ainsi que des nombres et de l'espace.

Espace

Nombres (Nombres et Opérations)

Opérations (Fonctions et Algèbre)

Grandeurs et mesures

Modélisation

Phénomènes naturels et techniques

Corps humain

Diversité du vivant

Troisième cycle

35

MSN 35 – Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques (cf. rabat de gauche)

MSN 33 – Résoudre des problèmes numériques et algébriques...

1 ... en reconnaissant les caractéristiques mathématiques d'une situation et en la traduisant en écritures numérique ou littérale

2 ... en observant comment les hommes ont résolu historiquement des problèmes de ce type

3 ... en utilisant des propriétés des opérations (+, -, x, :, puissance, racine carrée et cubique)

Progression des apprentissages

9^e année10^e année11^e année

ÉLÉMENTS POUR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES

Résolution de problèmes en lien avec les notions étudiées (fonctions, diagrammes, expressions algébriques et équations), notamment : **1 3 4 5 6 7 8 A C D F G H**

- tri et organisation des informations (*liste, tableau, schéma, croquis,...*)
- mise en œuvre d'une démarche de résolution
- ajustement d'essais successifs
- pose de conjectures, puis validation ou réfutation
- déduction d'une ou plusieurs informations nouvelles à partir de celles qui sont connues
- réduction temporaire de la complexité d'un problème
- vérification, puis communication d'une démarche et d'un résultat en utilisant un vocabulaire, une syntaxe ainsi que des symboles adéquats
- utilisation du langage algébrique pour établir des preuves **Niv. 3 6**

Résolution de problèmes de proportionnalité (propriétés, facteur de la proportionnalité) : **8**

- quantité/quantité (*prix, poids, devises,...*), agrandissement et réduction de figures
 - échelle, pourcentage, pente
- vitesse moyenne
- masse volumique **Niv. 1s | 2 | 3**
- débit **Niv. 3**

Fonctions

Liens **MSN 36 – Phénomènes naturels et techniques** ; **MSN 37 – Corps humain** ; **MSN 38 – Diversité du vivant** ; **SHS 31 – Relation Homme-espace** ; **FG 31 – MITIC** ; **FG 37 – Complexité et interdépendance**

Reconnaissance de situations pouvant être modélisées par des fonctions

Lecture et interprétation de tableaux de valeurs, de représentations graphiques **A**

Représentation d'une relation où interviennent deux grandeurs variables par : **9 A**

- un tableau de valeurs
- une représentation graphique (*à la main, à l'aide d'un tableur, d'un grapheur,...*)
- un ou plusieurs opérateurs (sous forme de « machine » ou d'expression verbale)

4 ... en choisissant l'outil de calcul le mieux approprié à la situation proposée

5 ... en mobilisant l'algèbre comme outil de calcul (équations), de preuve ou de généralisation

6 ... en construisant, en exerçant et en utilisant des procédures de calcul (calcul réfléchi, algorithmes, calculatrice, répertoire mémorisé) avec des nombres réels

7 ... en estimant un résultat et en exerçant un regard critique sur le résultat obtenu

8 ... en modélisant une situation de proportionnalité

9 ... en explorant les propriétés de quelques fonctions (linéaire, affine, quadratique,...)

A B C ... voir MSN 35 rabat de gauche

Attentes fondamentales

Au cours, mais au plus tard à la fin du cycle, l'élève...

...résout des problèmes relatifs aux fonctions, en faisant appel à une ou plusieurs des composantes suivantes :

- distinction des grandeurs en jeu,
- choix et mise en relation des données nécessaires à la résolution
- reconnaissance de la fonction sans formalisation **Niv. 1**
- reconnaissance et expression de la fonction **Niv. 2 | 3**
- utilisation de représentations et d'outils de calculs appropriés
- estimation et vérification de la pertinence du résultat
- communication de la démarche et du résultat, en utilisant une représentation et un vocabulaire adéquats

...résout des problèmes de proportionnalité concernant les situations suivantes :

- quantité/quantité (prix, poids, devises,...)
- agrandissement et réduction de figures, échelle, pourcentage
- pente, vitesse moyenne **Niv. 2 | 3**

...interprète correctement les données contenues dans un tableau de valeurs ou une représentation graphique

...réalise une représentation graphique à partir :

- d'un tableau de valeurs
- d'une expression fonctionnelle $x \rightarrow b$, $x \rightarrow ax$, $x \rightarrow ax + b$ (a et b dans \mathbb{Z})
- $x \rightarrow b$, $x \rightarrow ax$, $x \rightarrow ax + b$ (a et b dans \mathbb{Q}) **Niv. 2 | 3**
- $x \rightarrow ax^2$, $x \rightarrow \frac{a}{x}$ (a dans \mathbb{Z}) **Niv. 2 | 3**

...détermine une expression fonctionnelle à partir d'un tableau de valeurs dans le cas des fonctions du type : $x \rightarrow b$, $x \rightarrow ax$, $x \rightarrow ax + b$, $x \rightarrow x^2$ (a et b dans \mathbb{Z}) **Niv. 2 | 3**

...détermine une expression fonctionnelle à partir d'une représentation graphique dans le cas des fonctions du type : $x \rightarrow b$, $x \rightarrow ax$, $x \rightarrow ax + b$ (a et b dans \mathbb{Z}) **Niv. 3**

Indications pédagogiques

Ressources, indices, obstacles. Notes personnelles

Concernant la résolution de problèmes, cf. Remarques spécifiques sous Commentaires généraux MSN

La résolution de problèmes ainsi décrite est destinée à s'appliquer aux Progressions d'apprentissage des champs :

- **Fonctions**
- **Diagrammes**
- **Algèbre – calcul littéral**
- **Algèbre – équations**

Pour les élèves, la nécessité de la cohérence des unités peut être difficile à comprendre dans les problèmes d'échelle, où il peut sembler logique d'exprimer la longueur sur le plan en centimètres alors que la longueur réelle se mesure en mètres ou en kilomètres. Dans les problèmes de vitesse, la difficulté provient souvent des unités de temps qui posent des problèmes de transformation

La représentation graphique d'une fonction devrait servir aussi à susciter un certain nombre de questions : comment la courbe se comporte-t-elle entre les points utilisés pour sa construction ? doit-on représenter la fonction par une ligne continue ou non ? que se passe-t-il au-delà des valeurs qu'on peut lire sur la représentation ? Ces questions reviennent entre autre à se demander si l'on a affaire à des variables discrètes ou continues et quel est le domaine de définition de la fonction

Pour modéliser une situation et l'exprimer en langage mathématique au moyen d'une fonction, les élèves peuvent se heurter aux difficultés suivantes :

- *identifier les grandeurs en jeu*
- *choisir une grandeur comme variable indépendante*
- *exprimer la variable dépendante en fonction de celle-ci*

La détermination des coordonnées exactes des points d'intersection de deux graphes permet un lien avec la résolution d'équations

MSN 33 – Résoudre des problèmes numériques et algébriques...

1 ... en reconnaissant les caractéristiques mathématiques d'une situation et en la traduisant en écritures numérique ou littérale

2 ... en observant comment les hommes ont résolu historiquement des problèmes de ce type

3 ... en utilisant des propriétés des opérations (+, -, x, :, puissance, racine carrée et cubique)

Progression des apprentissages

9 ^e année	10 ^e année	11 ^e année
Passage d'une représentation à une autre : A		
– de l'opérateur au tableau de valeurs et inversement – du tableau de valeurs à la représentation graphique et inversement		
	– de l'expression fonctionnelle au tableau de valeurs et à la représentation graphique Niv. 2 3 $x \rightarrow b, x \rightarrow ax, x \rightarrow ax + b, x \rightarrow ax^2$ (a et b dans \mathbb{Z})	– de l'expression fonctionnelle au tableau de valeurs et à la représentation graphique Niv. 1 $x \rightarrow b, x \rightarrow ax, x \rightarrow ax + b, x \rightarrow ax^2$ (a et b dans \mathbb{Z}) – de l'expression fonctionnelle au tableau de valeurs et à la représentation graphique Niv. 2 3 $x \rightarrow b, x \rightarrow ax, x \rightarrow ax + b, x \rightarrow ax^2, x \rightarrow \frac{a}{x}, x \rightarrow x^3, x \rightarrow ax^2 + bx + c, x \rightarrow \sqrt{x}$ Niv. 3s (a, b et c dans \mathbb{Q}) – de la représentation graphique à l'expression fonctionnelle Niv. 2 3 $x \rightarrow b, x \rightarrow ax, x \rightarrow ax + b$ (a et b dans \mathbb{Q})

Diagrammes

Liens [MSN 36 – Phénomènes naturels et techniques](#) ; [MSN 37 – Corps humain](#) ; [MSN 38 – Diversité du vivant](#) ; [SHS 31 – Relation Homme-espace](#) ; [SHS 32 – Relation Homme-temps](#) ; [CM 36 – Équilibre alimentaire](#) ; [FG 31 – MITIC](#) ; [FG 37 – Complexité et interdépendance](#)

Lecture de données (*horaires, statistiques,...*) et interprétation de diagrammes **A**

Réalisation de diagrammes : **A**

- diagramme cartésien, en colonnes
- diagramme circulaire, en barre **Niv. 1s | 2 | 3**

Utilisation d'outils appropriés (*tableur, grapheur,...*)

4 ... en choisissant l'outil de calcul le mieux approprié à la situation proposée

5 ... en mobilisant l'algèbre comme outil de calcul (équations), de preuve ou de généralisation

6 ... en construisant, en exerçant et en utilisant des procédures de calcul (calcul réfléchi, algorithmes, calculatrice, répertoire mémorisé) avec des nombres réels

7 ... en estimant un résultat et en exerçant un regard critique sur le résultat obtenu

8 ... en modélisant une situation de proportionnalité

9 ... en explorant les propriétés de quelques fonctions (linéaire, affine, quadratique,...)

A B C ... voir MSN 35 rabat de gauche

Attentes fondamentales

Au cours, mais au plus tard à la fin du cycle, l'élève...

...interprète correctement les données contenues dans un tableau ou un diagramme

...représente une situation à l'aide d'un diagramme

Niv. 2 | 3

Indications pédagogiques

Ressources, indices, obstacles. Notes personnelles

Lors de la réalisation de la représentation graphique d'une situation, le choix des grandeurs et des échelles à porter sur les axes peut s'avérer problématique pour bien des élèves

MSN 33 – Résoudre des problèmes numériques et algébriques...

1 ... en reconnaissant les caractéristiques mathématiques d'une situation et en la traduisant en écritures numérique ou littérale

2 ... en observant comment les hommes ont résolu historiquement des problèmes de ce type

3 ... en utilisant des propriétés des opérations (+, -, x, :, puissance, racine carrée et cubique)

Progression des apprentissages

9 ^e année	10 ^e année	11 ^e année
Algèbre – Calcul littéral		
Liens MSN 36 – Phénomènes naturels et techniques		
Connaissance et utilisation des règles et conventions usuelles d'écriture algébrique Niv. 2s 3s	Connaissance et utilisation des règles et conventions usuelles d'écriture algébrique Niv. 1s 2 3	Connaissance et utilisation des règles et conventions usuelles d'écriture algébrique Niv. 1
Détermination de la valeur numérique d'une expression littérale ($\frac{bh}{2}$, $4x + 5$, abc , $x^3 \dots$) en substituant des nombres aux lettres Niv. 2 3	Détermination de la valeur numérique d'une expression littérale ($\frac{bh}{2}$, $4x + 5$, abc , $x^3 \dots$) en substituant des nombres aux variables Niv. 1 Détermination de la valeur numérique d'une expression littérale ($\frac{(B+b)h}{2}$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, $\pi r^2 h \dots$) en substituant des nombres aux lettres Niv. 2 3	Détermination de la valeur numérique d'une expression littérale ($\sqrt{a^2 + b^2}$, $4(x + y + z)$, $\pi r^2 h \dots$) en substituant des nombres aux lettres Niv. 1
Élaboration d'expressions littérales à partir: 6 H		
- de figures géométriques ou d'expressions verbales Niv. 2s 3s	- d'énoncés de problèmes, de figures géométriques ou d'expressions verbales Niv. 2 3	- d'énoncés de problèmes, de figures géométriques ou d'expressions verbales Niv. 1s
Interprétation d'expressions littérales et identification de celles qui sont équivalentes Niv. 2 3		
Connaissance de la terminologie, écriture réduite et ordonnée de: Niv. 2 3		
- monômes à coefficients entiers, au plus trois indéterminées: - degré ≤ 3 Niv. 2 - degré ≤ 6 Niv. 3	- polynômes de degré ≤ 3 , au plus trois indéterminées: - à coefficients entiers Niv. 2 - à coefficients rationnels Niv. 3	
Opérations sur les polynômes:		
- addition, soustraction et multiplication de monômes Niv. 2 3	- addition, réduction de monômes ou polynômes du premier degré à une indéterminée et à coefficients entiers Niv. 1	
- addition, soustraction et multiplication de polynômes Niv. 2 3	- connaissance et utilisation d'identités remarquables de degré 2 Niv. 3 - décomposition de polynômes en produit de facteurs Niv. 3 - utilisation du calcul littéral comme outil de preuve dans des cas simples Niv. 3	

4 ... en choisissant l'outil de calcul le mieux approprié à la situation proposée

5 ... en mobilisant l'algèbre comme outil de calcul (équations), de preuve ou de généralisation

6 ... en construisant, en exerçant et en utilisant des procédures de calcul (calcul réfléchi, algorithmes, calculatrice, répertoire mémorisé) avec des nombres réels

7 ... en estimant un résultat et en exerçant un regard critique sur le résultat obtenu

8 ... en modélisant une situation de proportionnalité

9 ... en explorant les propriétés de quelques fonctions (linéaire, affine, quadratique,...)

A B C ... voir MSN 35 rabat de gauche

Attentes fondamentales

Au cours, mais au plus tard à la fin du cycle, l'élève...

- ...substitue des nombres dans une expression littérale (degré ≤ 3 , nombre de lettres ≤ 3) pour en calculer la valeur
- ...élabore des expressions littérales dans des situations numériques ou géométriques **Niv. 2 | 3**
- ...effectue des opérations avec des polynômes, par exemple :
 - exemples Niveau 2
 $4c - c = ; z - 2z = ; 2x^2 + x^2 = ; 6a^2 - 3a - 2a^2 + 1 = ; b - (2 - 3b) = ;$
 $2y^2 \cdot 3y = ; (5x)^2 = ; -3(x + 2) = ; x^2 (y + 5) = ; (x + 2) (x + 3) = ;$
 $(y^2 - 1) (y - 5) = ; (a + b)^2 =$
 - exemples Niveau 3
 $c - \frac{2}{5}c = ; x^2 + \frac{x^2}{2} = ; x^2 y - 1,5x^2 y = ; -2a^2 + a - 7 + 6a^2 - 3a = ;$
 $y^2 \cdot \frac{y}{3} = ; 2a (3a)^3 = ; x^2 - (x + 1)(x - 1) = ; -3,5 (-x + 2) = ;$
 $xy^2 (y - 5) = ; (x + 2) \left(\frac{x}{6} + 3\right) = ; (3y^2 - 1)(5 - y) = ;$
 $(x - y)(x + y)(x + y) =$

Indications pédagogiques

Ressources, indices, obstacles. Notes personnelles

- En algèbre, la lettre peut avoir trois statuts différents :*
- indéterminée lors du calcul polynomial
 - variable dans une expression fonctionnelle ou une formule
 - inconnue dans une équation

Il faudrait s'efforcer d'invalider de nombreux théorèmes-élève :

$$4x - x = 4 \quad \times$$
$$x^2 - x = x \quad \times$$
$$x \cdot x = 2x \quad \times$$
$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm b^2 \quad \times \dots$$

Pour les élèves, jusqu'à présent, le signe égal a un sens procédural : c'est l'indication d'un calcul à effectuer

Il faut développer la signification relationnelle du signe égal, très importante en algèbre, c'est-à-dire comprendre l'égalité comme identité entre deux expressions (numériques ou littérales)

MSN 33 – Résoudre des problèmes numériques et algébriques...

1 ... en reconnaissant les caractéristiques mathématiques d'une situation et en la traduisant en écritures numérique ou littérale

2 ... en observant comment les hommes ont résolu historiquement des problèmes de ce type

3 ... en utilisant des propriétés des opérations (+, -, x, :, puissance, racine carrée et cubique)

Progression des apprentissages

9 ^e année	10 ^e année	11 ^e année
Algèbre – Équations		
Liens MSN 36 – Phénomènes naturels et techniques		
	Résolution de problèmes nécessitant le recours à l'algèbre 6 H	
	Traduction d'une situation par : 6 H	
	<ul style="list-style-type: none"> – une équation du premier degré à une inconnue Niv. 1s – une équation du premier degré à une inconnue Niv. 2 – une équation du premier degré à une inconnue Niv. 3 	<ul style="list-style-type: none"> – une équation du premier degré à deux inconnues Niv. 3 – une équation du deuxième degré à une inconnue Niv. 3
	Résolution d'équations du premier degré à une inconnue : 6	
	<ul style="list-style-type: none"> – à l'aide des règles d'équivalence Niv. 2 – à l'aide des règles d'équivalence Niv. 3 	<ul style="list-style-type: none"> – à l'aide des règles d'équivalence Niv. 1
		Résolution d'un système d'équations du premier degré à deux inconnues à l'aide des méthodes de combinaison linéaire et de substitution Niv. 3 6
		Résolution d'équations du deuxième degré à une inconnue par factorisation ou à l'aide de la formule de Viète Niv. 3 6
		Expression de chacune des variables d'une formule connue en fonction des autres Niv. 2 3 : $d = vt; A = \frac{bh}{2}; A = \pi r^2 \dots$ $p = 2(a + b); A = \frac{(B + b)h}{2}; V = \frac{\pi r^2 h}{3} \dots$ Niv. 3

4 ... en choisissant l'outil de calcul le mieux approprié à la situation proposée

5 ... en mobilisant l'algèbre comme outil de calcul (équations), de preuve ou de généralisation

6 ... en construisant, en exerçant et en utilisant des procédures de calcul (calcul réfléchi, algorithmes, calculatrice, répertoire mémorisé) avec des nombres réels

7 ... en estimant un résultat et en exerçant un regard critique sur le résultat obtenu

8 ... en modélisant une situation de proportionnalité

9 ... en explorant les propriétés de quelques fonctions (linéaire, affine, quadratique,...)

A B C ... voir MSN 35 rabat de gauche

Attentes fondamentales

Au cours, mais au plus tard à la fin du cycle, l'élève...

...résout un problème après l'avoir traduit:
- par une équation du premier degré à une inconnue

Niv. 2 | 3

- par un système d'équations du premier degré à deux inconnues **Niv. 3**

...détermine algébriquement l'ensemble de solutions d'une équation du premier degré, par exemple

Niv. 2 | 3 :

- exemples Niveau 2

$$4x + 5 = 3 - 2x$$

$$7(y + 10) = 105$$

$$8a + 3 = 2(4a - 5)$$

$$3x - 2 = 2x - 2 + x$$

$$2z^2 - z = 2(z^2 + 3)$$

$$8x = 3x$$

- exemples Niveau 3

$$\frac{y + 10}{3} = 105$$

$$7a + 3 = 2(3,5a - 5)$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 4x + 1$$

$$\frac{x + 1}{2} = \frac{2x - 1}{3}$$

$$2z^2 - z = 2(z + 1)^2$$

$$10(8x + 5) = 50 - 20x$$

...détermine algébriquement l'ensemble de solutions d'un système d'équations du premier degré à deux inconnues, par exemple **Niv. 3 :**

$$\begin{cases} 9y + 8 = 6x \\ \frac{2}{3}x = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 20y = 10 \\ x - y = 12 \end{cases}$$

...exprime une des variables d'une formule connue en fonction des autres **Niv. 2 | 3**

Indications pédagogiques

Ressources, indices, obstacles. Notes personnelles

Dans une équation apparaît une nouvelle signification du signe égal que l'élève doit apprendre à décoder : l'égalité conditionnelle. L'égalité n'est vraie que pour certaines valeurs de la variable, dans un référentiel donné. La variable devient une inconnue dont on recherche les valeurs pour lesquelles l'égalité est vraie

La mise en équation d'un problème, nécessite de manier des quantités inconnues comme si elles étaient connues et de déterminer les relations plus ou moins explicites entre inconnues et données du problème. Cela présente des difficultés supérieures à l'exercice de traduction d'une phrase en langage algébrique

Il est parfois plus facile de traduire une situation avec plus d'une inconnue. Les élèves procèdent alors par une substitution intuitive pour parvenir à une équation à une seule inconnue, permettant ainsi de se passer de la résolution formelle d'un système

Dans la résolution d'une équation, on procédera également par essais successifs et par voie graphique, en montrant les limites de ces deux méthodes. L'utilisation des règles d'équivalence prend alors tout son sens